

# 渋滞学のセルオートマトンモデル

柳澤 大地 西成 活裕

## 1 はじめに

渋滞学 [8, 9, 12] は車や人, アリや体内の分子モーターなど世の中の様々な自己駆動粒子の「流れ」を, 数学や物理を中心とする理論を用いて統一的に扱う学問として世に広まってきた. 渋滞学では数多くの数理モデルが利用されるが, その中でも現在最もよく用いられているのはセルオートマトン (Cellular Automaton, (CA)) [18] だろう. CA は将棋盤上を駒が移動していくような時間・空間・状態量が離散なモデルである. コンピュータによる計算誤差がないためシミュレーションと非常に相性がよく, いろいろなルールを導入することにより複雑な現象を再現することもできる. また最小限のルールに絞ったシンプルなモデルでも, 車の渋滞クラスターが後方に進む現象や, 狭い出口に人が殺到して出口が詰まってしまうアーチ現象などを定性的にシミュレーションすることが可能であり, 現象の本質を見抜くのに非常に有効である. 一方, 現実

### [筆者紹介]



やなぎさわ だいち. 2006年東京大学工学部航空宇宙工学科卒業. 2008年同大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻修士課程修了. 2010年同専攻博士課程修了, 博士(工学). 2008年-2011年日本学術振興会特別研究員. 2011年より茨城大学理学部助教, 現在に至る. 渋滞学, 特に群集運動の数理モデルの研究(セルオートマトン, 待ち行列理論)及び実験研究に従事. 日本応用数学会 第5回若手優秀講演賞(2008年度), 平成22年度日本応用数理学会論文賞(応用部門), 2010年度計測自動制御学会 学術奨励賞, 受賞. 日本応用数理学会, 計測自動制御学会, 日本数理生物学会, 会員.



にしなり かつひろ. 1990年東京大学工学部航空宇宙工学科卒業. 1992年同大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻修士課程修了. 1995年同専攻博士課程修了, 博士(工学). 同年山形大学助手. 1997年同大学助教授. 1999年龍谷大学助教授. 2005年東京大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻助教授. 2009年同専攻教授. 2009年同大学先端科学技術研究センター教授, 現在に至る. 2002年-2003年ケルン大学客員教授, 2008年-2011年(独)科学技術振興機構さきがけ研究員を兼任. 非線形力学全般(ソリトン, 摂動論, セルオートマトン理論, 渋滞学など)の研究に従事. 著書は, 渋滞学, 無駄学(新潮選書)など多数. 日本応用数理学会, 日本物理学会, 日本機械学会, 会員.

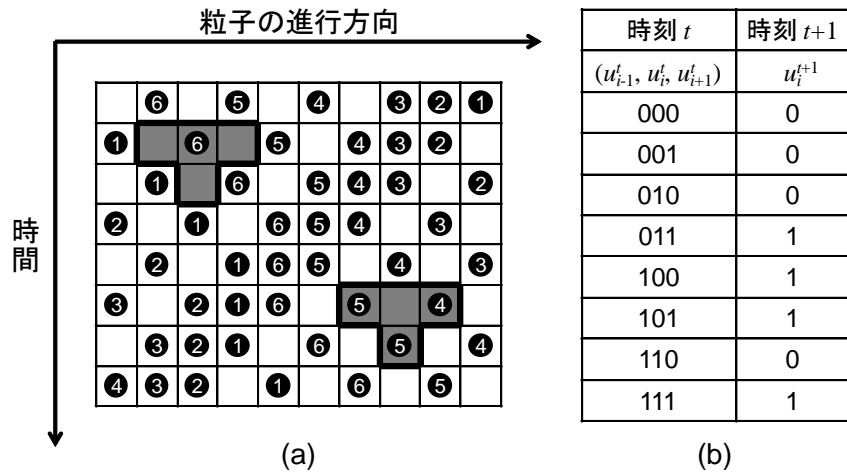


図 1 (a) ECA Rule 184 の時空図. セル 1 行分が空間の状態 (粒子の分布) を表し, 1 行下のセルは次の時刻の状態を表す. 周期境界条件のため, 右端の粒子は左端に移動する. 粒子を車と考え, 3 台の車が固まった右上の渋滞クラスターが時間の経過と共に後方 (図では左方) に移動しており, 実際的高速道路でも観測される現象が見事に再現されている. (b) Rule 184 のルール表. ECA ではあるセルの次の時刻の状態  $u_i^{t+1}$  は, 現在のそのセル状態  $u_i^t$  と両隣のセルの状態  $u_{i-1}^t, u_{i+1}^t$  から決定される. 図 (a) の左上と右下の灰色セルでは, この表に従って (0, 1, 0), (1, 0, 1) から次の状態 0, 1 が決まっている. また Rule 184 という名前は, 表の  $u_i^{t+1}$  の列を下から二進数として読むと十進数の 184 と対応することによる.

への直接的な応用, 特に定量的な設計などを行う場合などは, 離散時間・離散空間なモデルのために困難を生じることもある. 本論文では, 渋滞学の様々な CA モデルを基礎的なものから発展的なものへと順に見ていくことにより渋滞学の CA モデルを概観し, その可能性について考えたいと思う.

## 2 基本的なセルオートマトンモデル

### 2.1 Elementary Cellular Automaton Rule 184

CA は Wolfram が生み出した時間・空間・状態量が離散のモデルであり [18], 離散空間の一つ一つのセルの次の時刻の状態は, 現在の時刻の自分とその近傍セルの状態から決まる. セルの状態が  $\{0, 1\}$  の二通りで, 自分とその両隣のセルの状態から次の時刻の状態が決まる図 1 (a) のような一次元 CA は, Elementary CA (ECA) と呼ばれ, 状態遷移ルールに 0-255 番までの 256 通りの名前が付けられている. ここで「1」を粒子がいる状態「0」を粒子がいない状態と考えると, Rule 184 のルール表 (図 1 (b)) を適用した CA は, 自分の前のセルが空いていれば前進し, 前のセルに他の粒子がいれば進めない, という排除体積をもつ (大きさのある) 粒子の流れを表すモデルになる. この ECA Rule 184 がこそが, 渋滞学の最も基本的なモデルであり, わずかこれだけのルールで渋滞クラスターが後方へ移動するという現実の現象を再現してしまうのである.

Rule 184 は単純であるだけでなく, 流体力学の基本的な方程式: バーガース方

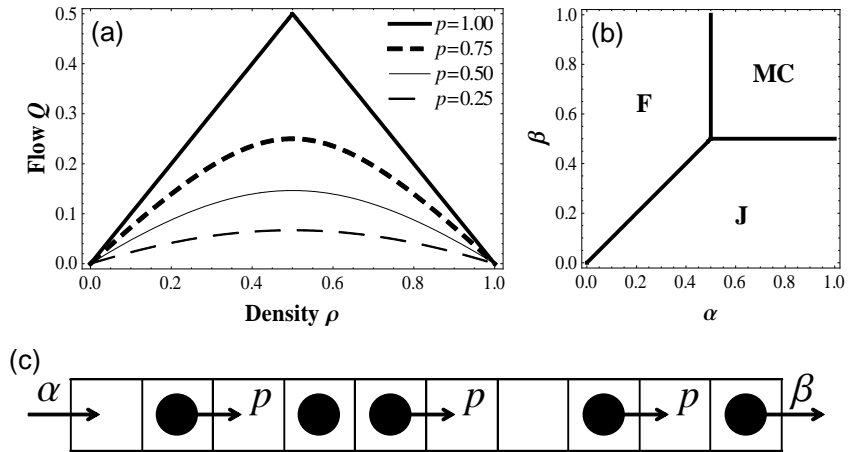


図 2 (a) 周期系 ASEP の基本図. 臨界密度は  $\rho = 0.5$  であり, 移動確率  $p$  の減少と共に流量が下がっていることが分かる. 曲線の式は, 表 1 の「周期系」の行に記載されている. (b) 開放系 ASEP ( $p = 3/4$ ) の相図. F は自由相, J は渋滞相, MC は最大流量相を表す. (c) 開放系 ASEP の模式図. (図 (a), (b), (c) は全てパラレルアップデートの場合のものである.)

程式 (Burgers Equation) から超離散法 [5] によって導出することもできる. この関係により, Rule 184 は適当なルールによる単なるおもちゃモデルではなく, 流体力学と密接に関わりのある基本的で重要なモデルと考えることができる.

## 2.2 非対称単純排他過程 Asymmetric Simple Exclusion Process

ECA Rule 184 に隣接セルへの移動確率  $p$  を導入すると, 非対称単純排他過程 (Asymmetric Simple Exclusion Process (ASEP)) というモデルになる. (つまり, ASEP で  $p = 1$  とすると ECA Rule 184 になる.) ASEP は 1968 年にリボソームのたんぱく質合成機構を表すモデル [6] として CA とは独立に生まれ, 1993 年に Derrida らによって Matrix Products Ansatz [3] という方法で開放系 (後述) の定常状態が厳密に解かれてから, 加速度的に研究が進んでいった.

ASEP では周期境界条件と開放境界条件のモデルがよく考えられる. 周期境界条件 ASEP (周期系 ASEP) は, 右端の粒子が左端に移動するモデルである. 粒子の流入, 流出がなく系の密度が一定に保たれるため, 周期系 ASEP やその拡張モデルの研究では, よく横軸に密度, 縦軸に流量をプロットした基本図 (図 2 (a)) がシミュレーションや理論計算によって描かれる. また ASEP では, クラスタ近似という近似計算方法でも厳密な場合と同じ流量の式 (表 1) が得られることが分かっている. 図 2 (a) 左側の密度に対して流量が増加する領域が自由相 (Free-Flow Phase), 減少する領域が渋滞相 (Jam Phase) であり, 自由相から渋滞相への相転移が起こる密度は臨界密度と呼ばれている. この図を見ると, 車や人の流れをよくするために密度をどのような値にすればよいかが一

表 1 ASEP の流量の式と開放系の場合の相図の三重点の座標. 連続時間の場合の流量の式は, ランダムアップデートの式の確率  $p, \alpha, \beta$  をレートと考えたものに等しくなる.

アップデート方法	パラレル	ランダム
流量 (周期系)	$\frac{1 - \sqrt{1 - 4p\rho(1 - \rho)}}{2}$	$p\rho(1 - \rho)$
流量 (開放系, 自由相)	$\alpha \frac{p - \alpha}{p - \alpha^2}$	$\alpha(1 - \alpha/p)$
流量 (開放系, 渋滞相)	$\beta \frac{p - \beta}{p - \beta^2}$	$\beta(1 - \beta/p)$
流量 (開放系, 最大流量相)	$\frac{1 - \sqrt{1 - p}}{2}$	$\frac{p}{4}$
三重点の座標 (開放系)	$(1 - \sqrt{1 - p}, 1 - \sqrt{1 - p})$	
		$\left(\frac{p}{2}, \frac{p}{2}\right)$

目で分かるため, 渋滞緩和策を考える際に頻繁に用いられている.

開放境界条件 ASEP(開放系 ASEP) では, 左端と右端は繋がっておらず, 粒子は左端から確率  $\alpha$  で流入し, バルク部分 (図 2 (c) の両端以外の部分) を確率  $p$  で移動していき, 確率  $\beta$  で右端から流出する (図 2 (c)). ゆえに系の密度が一定に保たれないため, よくパラメータ  $\alpha, \beta$  に対して相図 (図 2 (b)) が描かれる. 左上の  $\beta > \alpha$  の領域が  $\alpha$  によって流量をコントロールすることが可能な自由相, 右下の  $\alpha > \beta$  の領域が  $\beta$  によって流量をコントロールすることが可能な渋滞相, そして右上の  $\alpha, \beta$  が共に大きい領域がどちらのパラメータが変化しても流量が変化することのない最大流量相 (Maximum-Current Phase) である. 各相の流量が流入, 流出どちらで制御できるかは, 表 1 に記載された流量の式を見ても確認することができる. また  $\alpha = \beta$  の直線上では衝撃波 (密度が不連続に増加する位置) がランダムウォークすることが知られており, 3 本の相転移ラインが交わる三重点の座標は表 1 のようになる. この相図からは流入, 流出によって系内の流れがどのような状態になっているかがよく分かるため, 基本図と共に交通流の基礎研究で活用されている.

ここまでの ASEP は, 1 時間ステップの間に全ての粒子の移動を同時に考えるパラレルアップデートであった. これ以外によく用いられるアップデート方法として, ステップ毎にセルとセルの間のボンドをランダムに一つ選び, そのボンドを含む二セルのみの状態を更新していくランダムアップデートがあり, 流量の式は表 1 のようにパラレルアップデートのものとは異なったものになる. また ASEP の場合, ランダムアップデートは連続時間を考えた場合と同様になる. (ただし確率  $p, \alpha, \beta$  は全てレートになる.) 実は最初に考えられた ASEP は連続時間のモデルであり, 理論解析のやり易さという点からはこちらの方が活発に研究が行われている. この他にも粒子に順序をつけて移動させるなど複数のアップデート方法があり, それらが ASEP のダイナミクスに及ぼす影響が研究されている.

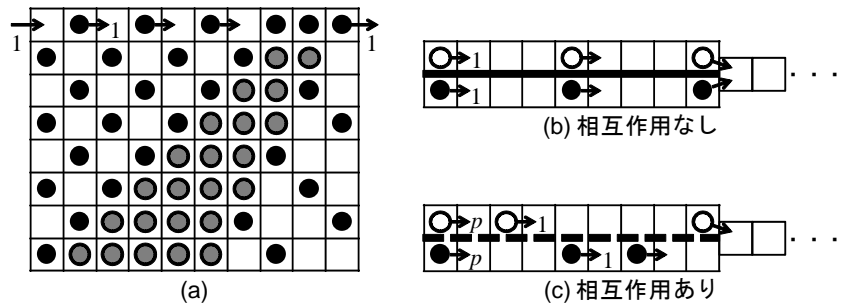


図 3 (a) スロースタートルールが導入された開放系 ASEP の時空図. 移動, 流入, 流出確率は全て 1 である. (b), (c) 合流モデルの模式図.

### 3 セルオートマトンを応用したモデル

この 20 年間, ECA Rule 184 や ASEP を拡張して車や人を始めとする様々な自己駆動粒子のモデルが作られた. 本節では, その中で特に重要なものや, 最近できた新しいものについて紹介したいと思う.

#### 3.1 スロースタートルール Slow to Start Rule

高速道路の渋滞クラスターが後方に移動していく様子は ECA Rule 184 で捉えることができた. しかし Rule 184 ではクラスターの大きさに変化がない. 実際の高速道路では, 軽いブレーキなどの擾乱で生まれた小さな渋滞クラスターが成長することによって大きな渋滞クラスターになる. そこで, 車の慣性の効果を考慮したスロースタートルールが導入された [15]. スロースタートルールにはいくつかのバリエーションがあるが, 最も簡単なものは, 一度前が詰まって移動できなかった車はスロースタート状態 (図 3 (a) の灰色粒子) になり, 前が空いても 1 ステップの間は動くことができないというものである [16]<sup>†1</sup>. この単純な一回休みのルールを Rule 184 (ASEP ( $p = 1$ )) に追加するだけで, 図 3 (a) の時空図に描かれているように渋滞の成長を再現することができる.

また実際の高速道路では, 高密度で車が高速走行しているメタ安定状態が存在し, 図 4 (a) の基本図のように上に飛び出た部分が観測される. このメタ安定状態は, ほんの少しの擾乱によって同じ密度でより安定な渋滞相に遷移してしまう. 図 2 (a) を見れば分かるように, Rule 184 や ASEP の基本図ではこのメタ安定が存在しない. しかしスロースタートルールを導入すると, 見事にこのメタ安定を再現することができる (図 4 (b)). これはスロースタートルールによって慣性効果が導入されたため, 粒子が機敏に加速できなくなったことに

<sup>†1</sup> [16] で考えられたモデルでは, スロースタート状態になった車は移動確率が小さくなる. ここでは, この移動確率が 0 の場合を考えている.

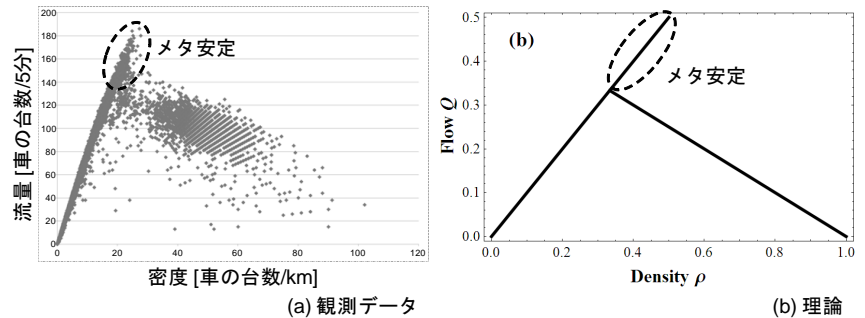


図4 (a) 中央自動車道 (上り 45 キロポスト地点, 追い越し車線) の基本図. (b) スロースタートルールが導入された周期系 ECA Rule 184 の基本図.

よる. Rule 184 や ASEP の粒子は慣性がなく加速の遅れがないため, 擾乱で流れが多少乱れてもすぐに元の状態に戻してしまえるのである.

### 3.2 交互合流モデル

現実の高速道路は多車線であることが多く車線変更や合流が発生するため, 多車線の CA モデルも数多く考えられているが, ここでは特に車線間相互作用による流量の変化を評価した図 3 (b), (c) のような合流モデルを紹介したいと思う. このモデルでは, 粒子は左端から二車線へ同時流入し右方向に進んで行く. 合流部では車線が二セルから一セルに減少するため, 同時に二つの粒子が進もうとした場合はどちらか一方がランダムに選択されて進み, もう一方はその場に留まることになる.

図 3 (b) は, 車線間相互作用がない状況を考えている. その場合, 各粒子は最大速度 (移動確率 = 1) で合流部まで進行するので, 合流部でどちらか一方が進めないという現象がほぼ確実に発生する. このモデルでは前述のスロースタートルールが導入されているため, 合流部に進めなかった粒子は前が空いてもすぐに進むことができず, 後方の粒子との間隔が縮まる. そしてこれが積み重なっていくことにより, 合流部を起点に大渋滞が発生することになる.

一方, 図 3 (c) は, 図 3 (b) と非常に似た状況であるが, 車線間相互作用が存在する. ここで考えられた相互作用は, 粒子が自分の隣や斜め前のセルに別の粒子の存在を確認したとき減速 (移動確率  $< 1$ ) してそれらから離れようとする効果であり, 高速道路を走行するドライバーが並走することを好まないという性質をモデル化している. この相互作用が導入されると, ある程度の距離があれば合流部までに図 3 (c) のように粒子がばらけて交互配置化が達成される. さらに驚くべきことに, 相互作用は減速のみであるのにも関わらず, スムーズな交互合流 (ジッパー合流) によって渋滞が形成されないため, 合流部を通過する粒子の流量は増加する [7].

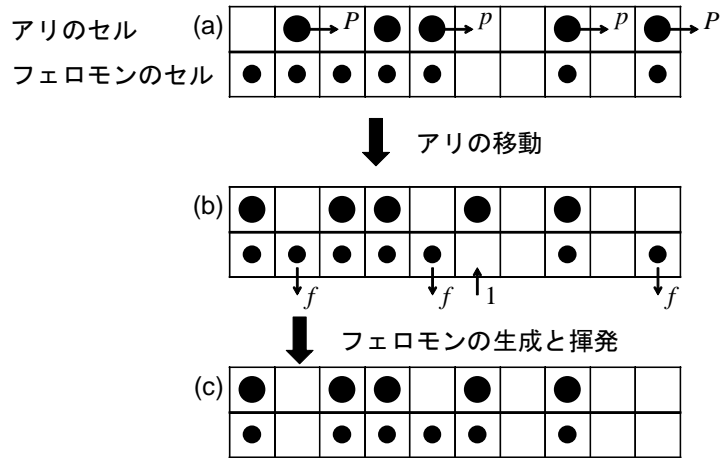


図 5 アリのセルオートマトンモデル (周期系).

この基礎結果を踏まえ、織込み部に車線変更禁止線を引いて車が相互作用する区間を設けることにより、交互合流を励起する方法も検討されている。車線変更禁止線を引く方法は立体交差の道路を作る方法などよりも安価で済むため、合流部や織込み部の渋滞解消法として期待されている。

### 3.3 アリのモデルとバスのモデル

一次元のセルオートマトンは、高速道路を走行する車以外のモデル化にも用いられている。その 1 つがアリである。[10] では、ASEP にフェロモンのダイナミクスを導入することにより、アリのセルオートマトンモデルが作られた (図 5)。現実のアリは自分が通った場所に道しるべのフェロモンを残していき、エサ場までのフェロモンの道を作る。後続のアリはそのフェロモンの道を迎って移動することができるので、迷うことなく素早くエサ場まで移動することができるのである。この効果を導入するために、アリが移動するセルと共にフェロモンの有無を記述するセルを用意する。アリはフェロモンのないセルには小さな確率  $p$  で移動しようとするが、フェロモンがあるセルには大きな確率  $P > p$  で移動しようとする (図 5 (a)→(b))。アリの移動後、アリがいるセルにはフェロモンが確率 1 で生成される。またフェロモンは揮発するので、アリがいないセルのフェロモンは確率  $f$  で消えてしまうとする (図 5 (b)→(c))。以上のルールでシミュレーションを行って基本図を描くと、普通の ASEP とは異なり密度が 0.5 を超えても流量が増加するような図が描かれる [10]。アリは、自らが生成するフェロモンが道しるべとなるため、密度が高い方が速く移動できるという高速道路の車とは全く異なる振る舞いを示すのである。

このアリのモデルは、各セルをバス停と考え、フェロモンがないセルを客が

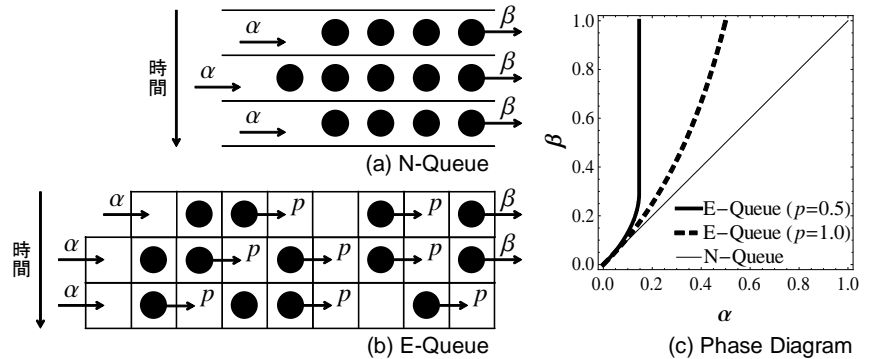


図 6 (a) 普通の待ち行列モデル N-Queue. (b) 排他的待ち行列モデル E-Queue. 粒子は列の中を確率  $p$  で前進していく. 右端に粒子がないときは, 流出は起こらない. (c) 待ち行列モデルの相図. 各曲線より上の部分が収束領域, 下の部分が発散領域である. 排除体積効果が導入され, 移動確率  $p$  が小さくなるにつれて, 収束領域が狭まっていく様子が分かる. (図 (a), (b), (c) は全てパラレルアップデートの場合のものである.)

待っているセル, フェロモンがあるセルを客がないセルと考えると, 路線バスのモデルにもなる [17]. 客をほとんど乗せていないバスが, 客をたくさん乗せた先頭のバスに追いついてしまうダンゴ運転現象が, アリがクラスターを形成して移動する現象に対応するのである. このように一見全く別の対象に共通のダイナミクスを見出し, 同じモデルを用いて現象の解明や渋滞解消を目指すのも渋滞学の大きな特徴の一つである.

### 3.4 排他的待ち行列モデル Exclusive Queueing Model

人が切符を購入するために券売機の前に並んだり, 人気のラーメン店の前で順番待ちをしたりするときに形成される待ち行列も渋滞学の研究対象である. この待ち行列に焦点を当てた理論として, 1909 年のアーランの電話交換の研究を起源とする待ち行列理論 [11] がある. 待ち行列理論の中の最も簡単なモデル  $M/M/1(\infty)$  (N-Queue) は, 確率  $\alpha$  で粒子が系に流入 (客が到着) し, 確率  $\beta$  で粒子が流出 (客のサービスが終了) する図 6 (a) のような確率過程のモデルである. モデルの定常状態のマスター方程式は三項間漸化式となるため容易に解け, いくつかの重要な指標を計算することができるが, その中で最も重要なものが待ち行列が収束する条件である. これは N-Queue の場合,  $\alpha < \beta$ , すなわち, 流入より流出が大きいという条件になる. 図 6 (c) の直線は  $\alpha = \beta$  を表しており, この直線より上の領域では行列は収束するが, この直線を含む下の領域では行列が発散, つまり行列が無限に長くなってしまっているのである.

以上のように, 待ち行列理論は流入と流出の割合から待ち行列がどうなるかを予測するのに非常に有効な理論であるが, ASEP で考慮される排除体積, すなわち人の大きさは無視されており, モデルに空間構造が含まれていない. そのため, 図 6 (a) の二行目から三行目のように先頭の粒子が  $\beta$  で出て行くと後続



表 2 待ち行列モデルの収束条件の式. 離散時間モデルの式の  $\beta_{cr} = 1 - \sqrt{1-p}$  である.

時間	離散 (パラレルアップデート)	連続
N-Queue	$\alpha < \beta$	
E-Queue	$\begin{cases} \alpha < \frac{\beta(p-\beta)}{p-\beta^2} & (\beta \leq \beta_{cr}) \\ \alpha \leq \frac{1-\sqrt{1-p}}{2} & (\beta > \beta_{cr}) \end{cases}$	$\begin{cases} \alpha < \beta \left(1 - \frac{\beta}{p}\right) & \left(\beta \leq \frac{p}{2}\right) \\ \alpha \leq \frac{p}{4} & \left(\beta > \frac{p}{2}\right) \end{cases}$

が一斉に前に移動するような行列を考えていることになるが, 人の待ち行列では, 特別な合図でもない限り空いた間隔を順番に詰めながら一人ひとり順番に前に進んで行くのが普通であり, 一斉移動はあまり現実的ではないと思われる.

そこで, ASEP と待ち行列理論を組み合わせた排他的待ち行列 (Exclusive Queueing Model (E-Queue)) (図 6 (b)) が 2010 年に考えられた [1, 20]. このモデルは, 左端に確率  $\alpha$  で粒子が流入し, 右端から確率  $\beta$  で粒子が流出する点は N-Queue と同じだが, 列の空間構造があり, 粒子は右端まで確率  $p$  で移動していかなければならないという点で N-Queue の拡張モデルとなっている. またセル数が固定されていない ASEP と考えることもできるので, ASEP の拡張モデルと考えることもできる.

E-Queue においても定常状態の状態方程式を解くことによって, 収束条件を厳密に求めることができる. 図 6 (c) を見ると, 列の中を確率  $p$  で進んで行くために, E-Queue の曲線は N-Queue の直線よりも上に位置し, 収束するパラメータ範囲が狭まっていることが分かる. つまり, 人の待ち行列ができるシステムを設計する際は, 単に流入と流出の比だけでなく人が列を詰める時間も考慮して設計を行わないと, 待ち行列が発散してしまう場合があるということである. 表 2 には離散時間 (パラレルアップデート), 連続時間の N-Queue, E-Queue の収束条件がまとめられている. この表 2 と表 1 を見比べると, E-Queue の収束条件は開放系 ASEP の渋滞相と最大流量相の流量の式と全く同じであることが分かる. このように数式の対応が見られるモデルでは, 両方のモデルを合わせて考察することにより結果を深く理解することが可能である.

### 3.5 フロアフィールドモデル Floor Field Model

最後に群集運動の二次元 CA モデルであるフロアフィールド (FF) モデル [2] について簡単に述べたいと思う. FF モデルでは, 各粒子は近傍セルの占有状態に加えてセルに埋め込まれた情報 FF を参照し, 確率的に移動するセルを決定する. 最も基本的な二つの FF は, 目的地までの距離を表す静的 FF (Static FF (SFF)) と, 3.3 節のアリのモデルで導入されたフェロモンと同等の動的 FF (Dynamic FF (DFF)) である. これらにより, 人が避難の目的地である出口に

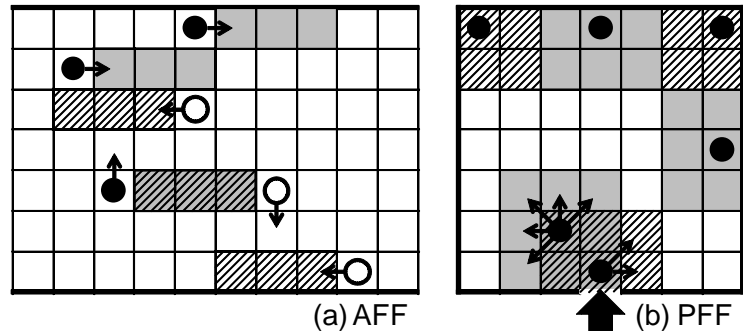


図7 (a) AFFモデルによる対向流シミュレーションの概略図。黒色粒子は右方向に、白色粒子は左方向に進んでいる。黒色粒子右方の灰色セル、白色粒子左方の斜線セルはそれぞれのAFFが生成されたセルである。下から3行目のセルでは、黒色・白色粒子が互いに相手のAFFを感知し、横向きに避けようとしている。(b) PFFモデルによる流入シミュレーションの概略図。灰色、斜線セルはPFFが生成されたセルを表す。入口付近の二粒子は、相手のPFFが生成されたセルを避けようとするため、互いに離れるような方向に移動しようとする。この図ではPFFは近傍一セルだけに生成されているが、実際のPFFは粒子から二セル以上離れたセルにも生成され、その強さは距離に応じて減少する。

殺到する様子や、同じ向きに歩いている人のレーンが形成される現象を再現することができる。

近年二つの新しいFFが提案された。そのうちの一つ予測FF (Anticipation FF (AFF)) [14] は、その名の通り他の粒子の未来の動きを予測して粒子が移動するモデルである。このモデルの面白いところは、予測する粒子が他の粒子を探索するのではなく、各粒子がそれぞれ自分がこれから動く方向に図7(a)のようにAFFを生成し、それを各粒子がローカルに感知しAFFが出ているセルを避けることによって衝突を回避するという点である。AFFモデルの対向流シミュレーションからは、流量を最大にする適切な予測の強さがあることが分かる。予測が弱ければ、向かって来る相手をかかわすことできないために衝突により流量が小さくなるのはもちろんであるが、予測が強過ぎて遠くにいる粒子の進行方向上のセルをも避けようすると、余計な回避行動によって時間をロスしたり、自分と同じ向きに移動している粒子とぶつかる確率が大きくなってしまったりして、流量が下がってしまうのである。

もう一つの新しいFFは近接学的FF (Proxemic FF (PFF)) である[4]。PFFはそれぞれの粒子の周囲に生成され(図7(b))、粒子は互いに他の粒子のPFFを感知して、それから離れるように移動する。つまり、PFFは他人と適切な距離を保ちたいという人のパーソナルスペースの効果をモデル化している。

PFFと、粒子がどれくらいPFFが小さい場所を求めるといった閾値が組み合わせられることにより、SFFでは難しかったエレベータの搭乗や電車の乗車などの流入過程のシミュレーションが可能になる。図7(b)の下部中央の入口から流入した粒子は特に自分の目的地を持たないが、後から入って来る粒子のPFFを感知し部屋の奥の方へ移動して行く。そして、周囲のPFFの値が自分の閾値



図 8 (a) 車のブレーキによる擾乱伝播の観測実験 [13]. 楕円状のサーキットを一様に走行している 12 台の先頭車がブレーキを踏んだとき, その影響が後続の車にどのように伝わっていくかが観測された. (b) 群集の避難実験 [19] (NHK サイエンス ZERO). 図中央下部の出口から人が一斉に脱出しようとし, 出口が詰まっていることが分かる.

より小さくなるとその場で停止する. 流入過程で重要な指標として, 全粒子が流入するまでの流入時間がある. PFF を用いてシミュレーションを行うと, 閾値が低い場合は, 粒子が他の粒子の PFF に敏感に反応してすぐに部屋の奥に移動するので, 入口の周りが空いて流入し易くなり流入時間が短くなるが, 閾値が高い場合は, 粒子が他の粒子の PFF にあまり反応せず入口の周りに留まってしまうため, 入口の周りが混雑して流入時間が長くなることが分かる. また入口の位置は角よりも中央の方が, 流入時間が短くなることも調べられている.

#### 4 まとめと考察

CA は, そのシンプルさゆえに様々な方法で利用することができる. 3 節で紹介したモデルは, いずれも CA を用いながら異なる目標を達成していた. 3.1 節のスロースタートモデルは, 慣性という本質を一回休みというシンプルなルールでモデル化してメタ安定という現実の現象を再現し, 3.2 節の交互合流モデルは, 車線間相互作用により交互合流を励起して渋滞を軽減できる可能性を示した. また 3.3 節で紹介したアリのモデルは, 路線バスのモデルと考えることもでき, 全く異なる現象を一つのモデルで扱うことに成功している. そして, CA と待ち行列という理論的に確立された二つのモデルの融合によって生まれた 3.4 節の排他的待ち行列は, 応用可能な厳密解を導き出し, 3.5 節の FF モデルに導入された AFF や PFF は, 予測やパーソナルスペースの効果がどのような影響を及ぼすのか調べることを可能にしている. 渋滞学では, このような多種多様な方向性の研究が, CA モデルを用いて今後も続けられていくだろう.

この十年間, モデルの研究と並行して, 多くの人々の努力と協力により渋滞学が対象とする車や人の観測・実験データも世界各国で徐々に集まり始めてきた. 日本でも車の実験 [13] や群集の避難実験 [19] が行われている (図 8). このような実験で得られたデータを利用することにより, 今後さらに実用的な CA モデルを考案することが可能となると思われる.

最後に, CA モデルの適用範囲について議論したいと思う. CA は離散空間という性質がゆえに, どうしても細かい動きが扱いにくい. そのような場合に

CA という枠組みの中での拡張を考えるか、連続空間のモデルに切り替えるかは、CA モデルを主に扱っている研究者にとっては時として非常に悩ましい問題となる。CA の枠組みの中で細かい動きを考えようとすると、元々の CA のシンプルさを台無しにしてしまうような複雑なモデルになってしまうこともあり、対象によっては連続空間のモデルの方が適している場合も多々ある。しかし、シミュレーションとの相性やこれまでの理論解析結果の蓄積など、モデル化において CA を採用するメリットは大きい。従って、離散空間という非常に強い制約の中で現実的なモデルを目指していくことも、渋滞学を始めとする数理モデルを扱う研究者にとって一つの大きな目標であると考えられる。

## [参考文献]

- [ 1 ] Arita C. and Yanagisawa D., Exclusive queueing process with discrete time, *J. Stat. Phys.*, 141 (2010), 829–847.
- [ 2 ] Burstedde C., Klauck K., Schadschneider A., and Zittartz J., Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton, *Physica A*, 295, (2001) 507–525.
- [ 3 ] Derrida B., Evans M. R., Hakim V., and Pasquier V., Exact solution of a 1D asymmetric exclusion model using a matrix formulation, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 26 (1993), 1493–1517.
- [ 4 ] Ezaki T., Yanagisawa D., Ohtsuka K., and Nishinari K., Simulation of space acquisition process of pedestrians using proxemic floor field model, *Physica A*, 391 (2012), 291–299.
- [ 5 ] 広田良吾, 高橋大輔, 差分と超離散, 共立出版, 東京, 2003.
- [ 6 ] MacDonald C. T., Gibbs J. H., and Pipkin A. C., Kinetics of biopolymerization on nucleic acid templates, *Biopolymers*, 6, 1 (1968), 1–25.
- [ 7 ] Nishi R., Miki H., Tomoeda A., and Nishinari K., Spontaneous zipper merging of self-driven particles, *J. Stat. Mech.*, 2011 (2011), P05027.
- [ 8 ] 西成活裕, 渋滞学, 新潮社, 東京, 2006.
- [ 9 ] 西成活裕, 図解雑学 よくわかる渋滞学, ナツメ社, 東京, 2009.
- [10] Nishinari K., Sugawara K., Kazama T., Schadschneider A., and Chowdhury D., Modelling of self-driven particles: Foraging ants and pedestrians, *Physica A*, 372 (2006), 132–141.
- [11] 大石進一, 待ち行列理論, コロナ社, 東京, 2003.
- [12] Schadschneider A., Chowdhury D., and Nishinari K., *Stochastic Transport in Complex Systems*, ELSEVIER, Amsterdam, 2010.
- [13] Shamoto D., Tomoeda A., Nishi R., and Nishinari K., Car-following model with relative-velocity effect and its experimental verification, *Phys. Rev. E*, 83, 4 (2011), 046105.
- [14] Suma Y., Yanagisawa D., and Nishinari K., Anticipation effect in pedestrian dynamics: Modeling and experiments, *Physica A*, 391 (2012), 248–263.
- [15] Takayasu M. and Takayasu H.,  $1/f$  noise in a traffic model, *Fractals*, 1 (1993), 860–866.
- [16] Benjamin S. C., Johnson, N. F., and Hui, P. M., Cellular automata models of traffic flow along a highway containing a junction, *J. Phys. A*, 29, 12 (1996), 3119–3127.
- [17] Tomoeda A., Nishinari K., Chowdhury D., and Schadschneider A., An information-based traffic control in a public conveyance system: reduced clustering and enhanced efficiency, *Physica A*, 384 (2007), 600–612.
- [18] Wolfram S., *Cellular Automata and Complexity: Collected Papers*, 1994.
- [19] Yanagisawa D., Nishi R., Tomoeda A., Ohtsuka K., Kimura A., Suma Y., and Nishinari K., Study on efficiency of evacuation with an obstacle on hexagonal cell space, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 3, 6 (2010), 395–401.
- [20] Yanagisawa D., Tomoeda A., Jiang R., and Nishinari K., Excluded volume effect in queueing theory, *JSIAM Letters*, 2 (2010), 61–64.

**[Abstract]**

Jamology is a new scientific and engineering research, which deals with flow and jam of every self-driven particle in the world. One of the most famous models used in Jamology is Cellular Automaton (CA), where time, space, and state are discrete. In this paper, we introduce the essence and the contribution of CA models in Jamology. Traffic CA models succeed to reproduce meta-stable state, which is an essential phenomenon in real traffic, and show some results which can be applied to ease congestion at junctions and weaving sections. Besides, collaboration of CA and Queueing theory creates a new queueing model which gives us mathematically-exact solution useful for application. Furthermore, two dimensional CA models for pedestrians are extended in many ways to study how the specific characteristics of pedestrians affect on their flow. In the last section of the paper, we also discuss the scope of application of CA models.